

Стереометрия широко использует статистические методы, так как результаты статистической обработки материала являются исходной информацией для объемной реконструкции плоскостных изображений. Это связано с тем, что исследователь не может провести замеры всей совокупности элементов анализируемой гистоструктуры и обычно довольствуется выборкой, т.е. измерением небольшого числа элементов объема ткани. Получаемый выборочный материал в последующем переносится па всю структуру в целом, согласно законам распределения случайной величины. Кроме того, многие стереометрические методы основаны на принципах теории вероятностей и математической статистики (см. рекомендуемую литературу).

В настоящем разделе кратко излагаются методы математической статистики, используемые при проведении стереометрического анализа. Кроме хорошо известных методов вариационной и альтернативной статистики, описываются способы изучения усеченного распределения и некоторые непараметрические критерии. Последние можно использовать и при изучении качественных признаков, заданных в шкале балльных оценок.

Поведение случайной (мерной) величины или, другими словами, описание совокупности свойств всех структурных элементов ткани из одной генеральной совокупности можно охарактеризовать с помощью вариационной статистики такими параметрами, как средняя арифметическая и ее дисперсия. При этом дисперсию часто заменяют средним квадратическим отклонением (корень квадратный из дисперсии). Средняя арифметическая дает среднюю величину данного типа структурных элементов ткани, а дисперсия или среднее квадратическое отклонение показывает, насколько размеры каждого конкретного элемента могут отличаться от среднего значения (Кудрин А.Н., Пономарев Г.Т., 1967; Плохинский Н.А., 1967; Мерков А.М., 1971; Автандилов Г.Г., 1973; Шорников Б. С, 1979; Sitte M., 1967; Aherne W., 1970; Eranko O., 1970; и др.).

В связи с тем, что обычно изучается не вся генеральная совокупность элементов ткани, а только их небольшая выборка, возникает необходимость получения сведений о том, насколько установленные выборочные статистики отличаются от статистик генеральной совокупности, т.е. всего изучаемого органа, системы. Этим целям служит, как известно, определение ошибки средней арифметической, которая показывает, насколько выборочная средняя может отличаться от средней генеральной совокупности при выбранном уровне безошибочного суждения (три порога надежности — 95, 97,5, 99,9%). В медико-биологических исследованиях 95% уровень значимости обычно считают достаточным для принятия гипотезы о представительности выборочных данных статистикам генеральной совокупности.

Для определения указанных величин результаты замеров одной группы элементов сводят в таблицу (табл. 1).

Обозначения:  $x_i$  — величина  $i$  элемента выборки;  $p_i$  — частота встречаемости  $x_i$ ;  $n$  — объем выборки.

Таблица 1

**Регистрация величины и частоты встречаемости морфометрических признаков**

Величина	$x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3 \dots$	$x_n$	Объём выборки
Частоты	$p_i$	$p_1$	$p_2$	$p_3 \dots$	$p_n$	$n = \sum_{i=1}^n p_i$

Выборочное среднее арифметическое (M) получают по формуле:

$$M = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{n}, \tag{7}$$

а его дисперсию ( $D$ ) определяют следующим образом:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (M - x_i)^2 p_i}{n}. \quad (8)$$

Поскольку размерность дисперсии, как видно из формулы (7), равна квадрату размерности средней арифметической, то для оценки вариабельности его обычно заменяют средним квадратическим отклонением, которое представляет собой корень квадратный из дисперсии:

$$s = \sqrt{D}. \quad (9)$$

Обычно полагают, что среднее арифметическое с удвоенной сигмой заключает в себе 95% всех признаков морфологических элементов изученной выборочной совокупности. При различных значениях критерия Стьюдента ( $t$ ) частоты нормальному распределению изменяются (Приложение II, табл. 1).

Фактически при нормальном законе распределения случайной величины ее средняя арифметическая и среднее квадратическое отклонение дают исчерпывающую информацию о распределении размеров всех элементов изученной выборочной совокупности. Однако морфолог редко встречается с чистым нормальным законом распределения, что связано, с одной стороны, с трудностями в получении истинной репрезентативной выборочной совокупности для данной генеральной совокупности, а с другой, с тем, что обычно при создании группы однородных явлений в полученной выборке из данной генеральной совокупности могут встречаться отдельные элементы, принадлежащие другой генеральной совокупности. Например, при изучении какого-либо патологического процесса в простейшем случае морфолог может нею совокупность данного рода клеточных элементов разделить на два непересекающихся подмножества (две генеральные совокупности): клетки с нормальным морфологическим строением и клетки с патологическими изменениями (с признаками дистрофии и т.д.). На данном уровне исследования, учитывая предел его разрешающей способности, встретятся клетки в пограничных состояниях, которые без дополнительной информации могут быть отнесены как к одному, так и к другому подмножеству (генеральным совокупностям), поэтому полученные из них выборки могут содержать в себе элементы из другой генеральной совокупности. Это, естественно, не замедлит отразиться на самом элементе из другой генеральной совокупности и на законе распределения случайной величины. Оценка в изменении закона распределения случайной величины имеет значение еще и потому, что с ее помощью могут быть диагностированы изменения в структурах, которые обычными описательными методами на данных стадиях процесса не улавливаются. Таким образом, уже первичный статистический анализ без последующей стереометрической обработки позволяет выявить существующие изменения и оказывается важным инструментом в изучении разнообразия патологических процессов.

Проверка на нормальность закона распределения изучаемой случайной величины может быть проведена на основе коэффициентов асимметрии и эксцесса, которые соответственно находят по формулам:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (M - x_i)^3 p_i}{n} \quad (10)$$

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n (M - x_i)^4 p_i}{n} \quad (11)$$

Как было отмечено ранее, все параметры распределения случайной величины, полученные для выборочной совокупности, отражают только эту выборочную совокупность и поэтому не могут быть распространены на всю генеральную совокупность элементов, если

не установлено, что выборочная совокупность представительна для генеральной совокупности. Эта задача обычно решается с использованием ошибки средней арифметической, определяемой по формуле:

$$m = \pm \frac{S}{\sqrt{n}} \text{ при } n \geq 30 \quad (12)$$

или из формулы:

$$m = \pm \frac{S}{\sqrt{n-1}} \text{ при } n < 30 \quad (13)$$

Если отношение ошибки к среднему значению признака менее пяти

$$\frac{m}{M} \cdot 100\% \leq 5\% \quad (14)$$

то при принятом 95% уровне безошибочного суждения полагают, что изученная выборка представительна генеральной совокупности и полученные результаты распространяют на все элементы данного типа ткани. Если это отношение более 5%, то заключают, что изученная выборка недостаточна для обоснования достоверных выводов. В этих случаях увеличивают объем выборки, так как, согласно формуле (12), представительность выборки для генеральной совокупности можно повысить увеличением числа замеров.

Установлено, что объем выборки, достаточный для получения указанного комплекса достоверных статистических параметров (статистик) можно определить при предварительном изучении на небольшой выборке. Для этих целей создают выборку, например из 20 элементов, и для нее рассчитывают среднюю арифметическую и ее дисперсию, после чего по формуле

$$n = \frac{400 \cdot D}{M^2} \quad (15)$$

устанавливают необходимое число замеров (необходимый объем выборки) для получения репрезентативных генеральной совокупности статистик. Эта формула выводится следующим образом: из зависимости  $m = S\sqrt{n}$  находим  $n = S^2/m^2$ , вместо  $m$  подставляем  $M : 20$ , так как  $100m = 5M$  или  $m = M : 20$ . Проведя преобразования, получаем  $n = \sigma^2(M/20)^2$  или в принятом виде,  $n = 400S^2/M^2 = 400D/M^2$ . Проиллюстрируем сказанное статистическими оценками диаметра альвеол легкого собаки<sup>1</sup>. Для этих целей предварительно измерим 30 диаметров альвеол и результаты занесем в таблицу (табл. 2).

Таблица 2

**Характеристика распределения альвеол легкого собаки по диаметру**

Диаметр альвеолы, мкм	30	40	50	60	70	80	90	100
Количество альвеол	2	3	6	8	4	4	2	1

Используя данные табл. 2, находим средний диаметр альвеолы и его дисперсию:

<sup>1</sup> Приводимые в книге примеры основаны на результатах экспериментальных исследований, проведенных на кафедре оперативной хирургии с топографической анатомией (зав. проф. Ю.Н. Андрушин) Донецкого медицинского института им. М. Горького (ректор — проф. Г.П. Кондратенко). Стереометрический анализ материалов осуществлялся на той же кафедре в группе канд. мед. наук Н.И. Яблучанского, в Центральной патологоанатомической лаборатории Института морфологии человека АМН СССР и на кафедре патологической анатомии Центрального ордена Ленина института усовершенствования врачей под общим руководством проф. Г.Г. Автандилова.

$$M = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{n} = 61 \text{ (мкм)}$$

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (M - x_i)^2 p_i}{n} = 18,41^2 \text{ (мкм)}^2.$$

Подставляя полученные данные в формулу (15), получаем, что для достоверных результатов необходимо провести 36 измерений:

$$n = \frac{400 \cdot 18,41^2}{61^2} = 36.$$

Произведя нужное число замеров ( $30 + 6 = 36$ ), получаем новый вариационный ряд (табл. 3), по которому находим репрезентативные генеральной совокупности альвеол данные:  $M = 64,47$  мкм;  $D = 156$  мкм<sup>2</sup>;  $\sigma = 12,504$  мкм,  $m = 1,825$  мкм.

Таблица 3

**Уточненная характеристика распределения альвеол легкого собаки по их диаметру**

Диаметр альвеолы, мкм	30	40	50	60	70	80	90	100
Количество альвеол	2	5	7	12	8	6	4	3

Полученные результаты используют в дальнейшем как исходную информацию для стереометрического анализа патологических изменений легких (Яблчанский Н.И., 1974; Андрюшин Ю.Н. и др., 1975; Кондратенко П.Г., 1977; Weibel E., 1970). Эти данные, в частности, позволяют установить истинный диаметр альвеолы, а не диаметр ее сечения, найти объем и площадь поверхности, установить безразмерный коэффициент удельной поверхности, по которым в свою очередь могут быть рассчитаны удельное и абсолютное число альвеол, альвеолярная поверхность легких и т.д. Кроме того, по данным параметрам различия в величине альвеол разных легких или разных участков одного легкого могут быть установлены и без стереометрического анализа. Для определения принадлежности разных альвеол (альвеол разных долей одного легкого и т.д.) к одной генеральной совокупности альвеол, т.е. для установления разницы в их величине по диаметру альвеолы, в простейшем случае можно использовать метод Стьюдента. Для этого для двух выборок, согласно формулам (7—15), находят их выборочные статистики, соответственно:  $M_1$ ,  $D_1$ ,  $s_1$ ,  $m_1$  и  $M_2$ ,  $D_2$ ,  $s_2$ ,  $m_2$ , которые подставляют в формулу:

$$t_{\text{экс}} = \frac{(M_1 - M_2)}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}. \quad (16)$$

Экспериментальные значения  $t_{\text{экс}}$  сравнивают с данными таблицы Стьюдента —  $t_{\text{табл}}$  (при  $k = n_1 + n_2 - 2$  степеней свободы для принятого уровня безошибочного суждения, где  $n_1$  и  $n_2$  объемы первой и второй выборок, т.е. число замеров в первой и второй группах препаратов). При  $t_{\text{экс}} \leq t_{\text{табл}}$  полагают различия между выборками (по данному показателю, например, по диаметру клетки, длине капилляра и т.п.) несущественными и считают, что они относятся к одной генеральной совокупности. В случае, когда  $t_{\text{экс}} > t_{\text{табл}}$  предпочтение отдают существенности различий между выборками и относят их к разным генеральным сово-

купностям. Таким образом, уже после первичной статистической обработки материала без стереометрического анализа могут быть решены вопросы о существенности изменений в размерах тех или иных изучаемых структур при данном типе патологического процесса. Заметим, что при  $k = 30$  и более  $t_{\text{табл}}$  всегда равно 1,96 или 95% интервала достоверности (принятого в медико-биологических исследованиях), а в стереометрических разработках  $k$  всегда должно превышать 30 и поэтому нет необходимости использовать таблицу Стьюдента. Ниже будет показано, что данная задача (определение принадлежности выборочных совокупностей к одной или разным генеральным совокупностям) может быть решен еще проще на основе использования одного из критериев непараметрической статистики, когда вообще нет необходимости в расчете статистик распределения элементов в выборочных совокупностях.

Пусть для примера были произведены замеры диаметра альвеол, длины, ширины, толщины клеток, сосудов, и других элементов для двух разных выборочных совокупностей. Результаты статистической обработки по формулам (6—15), например, дали следующие величины для первой  $M_1 = 60$ ,  $\sigma_1 = 18$ ,  $m_1 = 4,0$  и второй  $M_2 = 30$ ,  $\sigma_2 = 15$ ,  $m_2 = 2,0$  выборки. Проверка по методу Стьюдента показала, что

$$t_{\text{эксп}} = \frac{60 - 30}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = 6,7$$

при  $t_{\text{табл}} = 1,96$  для  $k = \infty$  ( $n > 30$ ) степеней свободы в 95% доверительном интервале. Поскольку  $t_{\text{эксп}} > t_{\text{табл}}$ , приходим к выводу, что различия между выборками существенны и они относятся по изучаемым признакам к разным генеральным совокупностям.

В случае, когда различий между выборочными статистиками определить не удастся и их относят к одной генеральной совокупности, полезно найти межвыборочные (межгрупповые) параметры распределения элементов из данной генеральной совокупности, к которым относят межгрупповые среднюю арифметическую, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и ошибку средней арифметической. Они являются важнейшим математическим свойством среди показателей и их дисперсий и равны:

Межгрупповая средняя арифметическая

$$M = \sum_{i=1}^n M_i / n, \quad (17)$$

Межгрупповое среднее квадратическое отклонение

$$s = \sum_{i=1}^n s_i / n \quad (18)$$

Межгрупповая дисперсия —  $D = \sigma^2$  (19)

Межгрупповая ошибка средней арифметической —

$$m = \sum_{i=1}^n m_i / n \quad (20)$$

Оценка межгрупповых статистик является важным составным элементом стереометрического анализа. Обычно при проведении стереометрических исследований на гистологических срезах используют препараты, взятые из разных участков органа. Очевидно, что изме-

ряемые в них структурные элементы могут относиться как к одной, так и к разным генеральным совокупностям. В норме это связано с регионарными особенностями в строении данных структурно-функциональных элементов органа, при патологии — с разной степенью выраженности патологоанатомических изменений в различных его отделах. Поэтому рекомендуется для разных гистопрепаратов вычислять свои статистики (т.е. принимают все элементы на данном гистологическом срезе за одну выборку), после чего проводят проверку на принадлежность их к одной генеральной совокупности). Только после того, как статистический анализ показал, что по данному параметру разные среды относятся к одной генеральной совокупности, возможно объединение результатов замеров на разных объектах в одну межгрупповую совокупность с расчетом соответствующих параметров распределения согласно формулам (16—20). Если же статистические данные одного из препаратов оказались такими, что для него  $t_{\text{эксп}} > t_{\text{табл}}$ . По отношению ко всем остальным срезам, то такой препарат исключают из работы и, заменяют новым.

Описанный метод статистической обработки результатов измерений на микрбпрепаратах используют в том случае, когда удается получить представительную случайную выборку из генеральной совокупности. Между тем в практической работе патоморфолога возникают такие ситуации, когда выборочная совокупность оказывается односторонне «усеченной». В таком случае обычные методы статистического исследования не могут быть использованы.

Оказывается, что если известна точка усечения, выборочного распределения, то ее статистики можно определить на основе нормального усеченного распределения. Под точкой усечения понимают ту величину  $z$  из выборочной совокупности, далее которой замеры не проводились (Я. Янко, 1961). Кроме того, что в практической работе могут встречаться усеченные распределения, исследователь сам может специально усечь распределение, с целью: 1) не проводить замеры малых по величине и дающих большую относительную погрешность измерений структур; 2) уменьшить число проводимых замеров. Метод применим и в том случае, когда по какой-либо причине ряд элементов данной структурной составляющей препарата не выявляется и не может быть подвергнут измерениям.

Приводимый график (рис. 10) демонстрирует зависимость точности данных от величины усечения выборки. Из графика следует, что при большом числе измерений даже при 50% усечении результаты являются достаточно точными и представительными для всей неусеченной выборочной совокупности.

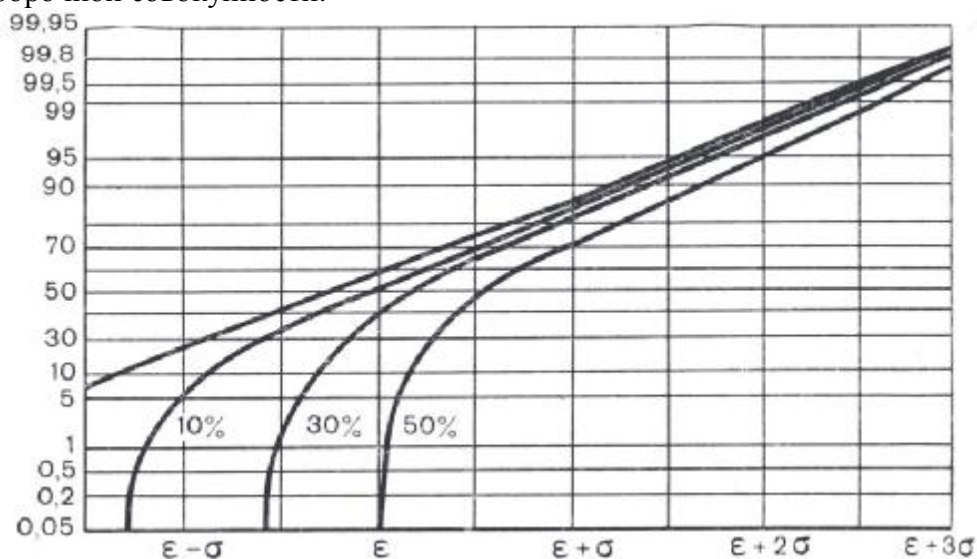


Рис. 10. Кривые распределения случайных величин усеченных распределений (10, 30 и 50% усечений). При большом числе наблюдений кривые приближаются друг к другу (Fischer R., 1959).

Метод обработки материала по усеченному нормальному распределению при использовании электронно-вычислительных машин не трудоемок и может быть рекомендован как

метод выбора при обычной статистической обработке, когда есть возможность получить полноценную выборочную совокупность, и как необходимый метод при получении усеченных распределений. Заметим, что данный метод пока не получил распространения в морфологических лабораториях, несмотря на его перспективность.

Кроме методов вариационной статистики, при проведении стереометрического анализа мерных величин, могут быть использованы методы альтернативной статистики. Сущность методов альтернативной статистики, изучающей случайные события, состоит в следующем. Если рассматривается какое-либо событие, имеющее  $A$  равновероятных или разновременных исключающих друг друга исходов, то оказывается, что вероятность появления данного исхода есть отношение  $P$ .

$$P = \frac{m}{n}, \quad (21)$$

где  $m$  — число случаев, которые привела к возникновению данного исхода;  $n$  — общее число проведенных испытаний. Дисперсия оценивается из формулы:

$$D = P(1 - P) \quad (22)$$

При проведении стереометрического анализа методы альтернативной статистики занимают не меньший, если даже не больший, удельный вес по сравнению с методами вариационной статистики, поскольку без них трудно исследовать счетные признаки, оценить такие количественные параметры организации гистоструктуры, как удельные показатели длины, площади поверхности и объема структуры.

Для оценки долевого вклада данного структурного элемента ткани органа в объем данной ткани или органа в целом используются и планиметрические методы. В частном случае для этих целей используют метод «полей», когда структурные составляющие ткани случайно совмещаются с точками тестовой решетки. При этом полагают, что между общей величиной ткани и величиной ее структурных составляющих, с одной стороны, и между величиной решетки (общим числом точек решетки) и числом точек, пришедших на данные структурные составляющие ткани, устанавливается определенное соответствие. Это позволяет по общему числу точек, пришедшихся на орган (срез органа) в целом, и числу точек, пришедшихся на данный вид ткани, оценить долевою часть (долевой вклад), данной ткани в объекте. При наложении такой решетки на орган для каждой точки возможны два исхода (альтернативы), которые могут быть как равновероятными, так и разновременными: точка может соответствовать изучаемой структуре или может совместиться с какими-либо другими компонентами ткани, не учитываемыми в исследовании. Поэтому один подсчет числа точек, приходящихся на данную структурную составляющую ткани, с определением общего числа точек, соответствующих всему образцу и установлением доли данной структурной составляющей, является недостаточным. При таком подходе у нас нет уверенности в том, что при повторных испытаниях (повторном наложении решетки и повторном проведении подсчетов) будут воспроизведены те же результаты. Поэтому, как и при проведении вариационно-статистического анализа, возникают задачи оценить не только долевою вклад данной структурной составляющей в объект, но и установить возможные колебания показателей с оценкой репрезентативности их для всего препарата. Эти величины получают с помощью альтернативной статистики, в которой используются показатели: дисперсии, среднего квадратического отклонения и ошибки долевою части данной структурной составляющей в образце (т.е. вероятности положительного исхода, при котором точки приходятся на данную структурную составляющую).

Удельные показатели данной структурной составляющей  $A$ : длина  $L_L$ , площадь ( $S_s$ ) или объем ( $V_v$ ), определяются по формуле:

$$L_L = S_s = V_v = \frac{q}{s}, \quad (23)$$

где  $q$  — число точек, пришедшихся на данную структурную составляющую;  $s$  — общее число точек, приходящихся на ткань в целом.

Дисперсию показателя находят по формуле:

$$D = V_v(1 - V_v), \quad (24)$$

среднее квадратическое отклонение — по формуле

$$s = \sqrt{D}, \quad (25)$$

ошибка устанавливается из зависимости:

$$m = \pm \sigma / \sqrt{n}. \quad (26)$$

При этом, как и в вариационно-статистическом исследовании, считают достаточным и необходимым, чтобы выборочные наблюдения отклонялись от значений для генеральной совокупности не более чем на 5%. Это достигается соответствующим подсчетом необходимого числа тестовых точек для исследования согласно формуле:

$$\frac{-}{n} = \frac{400(100 - n)}{n}, \quad (27)$$

которая аналогична формуле (15), так как

$$\frac{100 - n}{n} = \frac{100 - n}{n} \cdot \frac{n}{n} = \frac{D}{n^2} = \frac{D}{M^2},$$

где  $n$  — число точек, пришедшихся на анализируемый компонент при предварительном подсчете 100 точек.

Необходимое для получения достоверных данных число точек ( $p$ ) можно установить не только по формуле (27), но также найти, используя график (рис. 11). После предварительного подсчета 100 точек число точек, пришедшихся на исследуемую структуру, относят к 100. Соответственно значению этого отношения от оси ординат восстанавливают перпендикуляр до пересечения с кривой. От точки пересечения опускают второй перпендикуляр к оси абсцисс графика, на которой и получают необходимое число подсчетов точек для проведения исследования.

Например, при предварительном подсчете точек с целью определения объемной доли найдено, что на корковое вещество среза почки собаки приходится 14 точек, что составляет на 100 точек:  $14: 100 = 0,14$ . Найдя на оси ординат графика соответствующую точку, проведем все указанные выше манипуляции. Тогда найдем, что для получения достоверных статистик, характеризующих удельный объем ( $V_v$ ) коркового вещества почки, необходимо подсчитать не менее 500 точек.

Различия в удельных объемах (площадах или длинах) для различных структурных составляющих одной точки или одной структурной составляющей для разных тканей оценивают согласно формуле (16). Только значения  $M_1$  и  $M_2$  представляются как  $V_v^1$  и  $V_v^2$ . Межгрупповые статистики оцениваются, как и при проведении вариационно-статистического исследования, согласно формулам (17—20).

Для определения существенности различий в структурной организации различных тканей или тканей одного типа при патологических изменениях как на основе количественной информации, так и на основе установления качественных оценок могут быть использованы непараметрические критерии статистики.



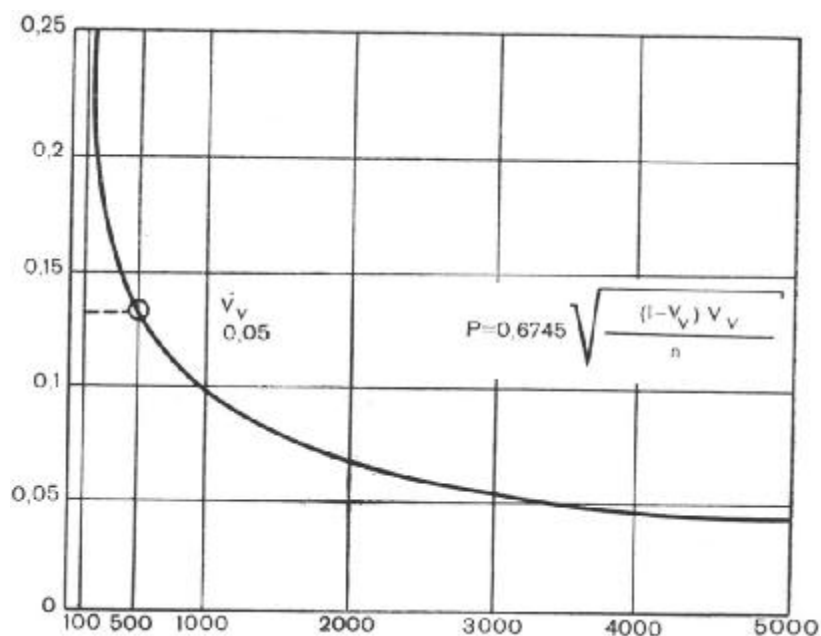


Рис. 11. График для определения необходимого числа подсчетов точек в процессе проведения планиметрического анализа методом «полей» с обработкой данных согласно методам альтернативной статистики. Число проводимых подсчетов, согласно расчету на графике, дает достоверные результаты в 95% доверительном интервале (Weibel E., 1963).

Приведем описания парного критерия Вилкоксона и критерия знаков, а также покажем особенности их применения при решении задач морфометрического порядка. Остальные критерии следует использовать на основе аналогичных подходов, а их детальное описание можно найти в соответствующих руководствах (Гублер Е.В., Генкин А.А., 1973). Критерий знаков (КЗ) и парный критерий Вилкоксона (Т) используют в случае сравнения связанных (парных) выборок, а критерий Вилкоксона — Манна — Уитни (критерии U) применим при сравнении независимых выборочных совокупностей.

Рассмотрим способы сравнения связанных выборочных совокупностей. Если число пар наблюдений небольшое (не более 20), применяют парный критерий Вилкоксона (Т), в случаях, когда объем выборочных парных совокупностей больше, прибегают к использованию критерия знаков как более простого. Например, при каком-либо анализируемом патологическом процессе в одной группе препаратов были установлены изменения, тогда как в другом препарате таких изменений установить не удалось. Требуется определить, достоверны ли установленные изменения в первой группе препаратов или они случайны. Проведем анализ с использованием парного критерия Вилкоксона. Для этих целей найдем разности между данными связанными парами наблюдений и пронумеруем их числами натурального ряда в возрастающей последовательности как 1, 2, 3 ... согласно абсолютным значениям разностей, взятым по модулю, т.е. без учета их знака (+ или —). Если окажется, что некоторые разности имеют одинаковый модуль, то им приписывают номера, равные их средним порядковым значениям (например, если на три одинаковые разности приходится числа 4, 5, 6, то все они получают один и тот же ранговый номер, а именно  $4 + 5 + 6 = 16 : 3 = 5$ ). После этого находят сумму ранговых номеров для разностей с отрицательным знаком, ее принимают за экспериментальную оценку Т, которую необходимо поставить в соответствии с Т табличным (Приложение II, табл. 2). В таблице приведены те максимально допустимые значения чисел разностей с отрицательным знаком, при которых различия в выборках можно считать существенными.

В случае, когда число пар наблюдений превышает 20, критерий Вилкоксона становится громоздким и отдают предпочтение критерию знаков. Суть его состоит в следующем. В таблице для числа исходов с установленными изменениями находят то возможное число исходов, при котором изменения еще можно считать существенными. Если полученное в опыте

число исходов отрицательного значения меньше табличного (Приложение II, табл. 3), выявленные изменения считают характерными для данного типа патологического процесса. Например, при изучении какого-либо патологического процесса в 110 препаратах из 360 были установлены изменения определенного типа. Следует определить, действительно ли они характерны для изучаемого явления. Согласно таблице, считаем, что для принятия суждения о представительности установленных изменений данному изучаемому явлению необходимо и достаточно, чтобы число препаратов, в которых таких изменений не оказалось, не превышало 155. Так как в нашем случае оно равно  $360 - 110 = 250$  и превышает табличные значения, то приходим к выводу, что установленные в препаратах изменения не являются типичными для изучаемого процесса.

Критерий Вилкоксона — Манна — Уитни (критерий U), как отмечалось выше, используют для сравнения независимых выборочных совокупностей. При числе наблюдений до 60 используют специальные таблицы (Гублер Е.В., Генкин А.А., 1973; Гублер Е.В., 1978).

Метод состоит в следующем. Два ряда наблюдений группируют в возрастающей последовательности в виде одного, так называемого упорядоченного ряда, например, так, как показано в табл. 4.

Таблица 4  
Примеры упорядоченного ряда

Первый ряд	3	5	7	18	22	27	
Второй ряд	4	6	9	13	19	21	24

Если два числа оказываются одинаковыми, то каждое из них ставят на первое или второе место с помощью таблиц случайных чисел. Приписывают каждому из них соответствующий номер, и то число, номер которого в таблице случайных чисел окажется первым, записывают первым. Если число одинаковых пар равное, то число располагают так, чтобы не дать предпочтения ни одному ряду. После этого производят подсчет числа инверсий, т.е. подсчитывают, сколько раз в упорядоченном ряду цифры первого и второго ряда меняются местами. За одну инверсию принимают такое расположение чисел, при котором перед некоторым числом первого ряда в упорядоченном ряду находится одно число из второго ряда. Если перед ним стоят два числа второго ряда, то, соответственно, считают, что имеются две инверсии, и т. д. Число инверсий обозначают буквой U, откуда и пошло название самого критерия. Для определения достоверности различий между двумя выборками (двумя рядами в упорядоченном ряду) подсчитывают общее число инверсий. После этого по таблице для числа наблюдений в первой и второй выборках находят то максимальное теоретическое значение  $U_{\text{теор}}$ , при котором еще можно считать различия существенными. Если полученное в опыте число инверсий не превышает допустимого (табличного), считают различия в выборках существенными (Приложение II, табл. 4). В случае, когда число наблюдений в обоих выборках превышает 60, теоретическое критическое значение  $U_T$  находят по формуле:

$$U_T = \frac{U - 0,5 \cdot n_1 \cdot n_2 + 0,5}{\sqrt{\frac{1}{12} n_1 \cdot n_2 (n_1 + n_2 + 1)}}, \quad (28)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — число пар наблюдений в первой и второй выборках.

Для ориентировки в основных методах морфолого-статистического анализа приведен их перечень в табл. 5 (Автандилов Г.Г., 1978).

Таблица 5

## Основные методы морфолого-математического анализа

Задачи исследования морфологических признаков	Математические методы изучения признаков:	
	количественных	качественных, атрибутивных, альтернативных
Определение характера распределения	Графический метод, «хи-квадрат»	Графический метод
Получение обобщенной характеристики совокупности	Средние величины (арифметическая, взвешенная арифметическая, геометрическая, гармоническая), мода и медиана, непараметрические (ранги, серии) графики, носительные показатели частоты, вероятность, соотношения.	Частота, вероятность, структура, соотношения, графики
Измерение варибельности	Амплитуда вариационного ряда, среднее квадратическое отклонение, дисперсия, дисперсионный анализ-критерий $F$ и критерий флюктуации	Дисперсионный анализ — критерий $F$ , критерий флюктуации
Определение силы влияния факторов на варибельность	Дисперсионный анализ — сила влияния $\eta^2$ («эта-квадрат»)	Дисперсионный анализ — сила влияния $\eta^2$ («эта-квадрат»)
Задачи исследования морфологических признаков	Математические методы изучения признаков:	
	количественных	качественных, атрибутивных, альтернативных
Оценка достоверности обобщенных характеристик	Средние ошибки средних величин, относительных показателей, ошибки выборки, графики	Средние ошибки относительных показателей, ошибки выборки, графики
Определение значимости различий сравниваемых совокупностей	а) Попарно сопряженные совокупности: средняя ошибка разности средних, критерии: знаков, $t$ , $r$ , $T$ , $U$ , $Q$ б) Несопряженные совокупности: средняя ошибка разности средних, критерии: $t$ , Уайта, Вилкоксона, Колмогорова — Смирнова, серийный критерий Вальда и др.	Средняя ошибка разности показателей, критерии: $t$ , $j$ , знаков, «хи-квадрат»
Оценка значимости различия трех и более совокупностей	Дисперсионный анализ — критерий $F$	Дисперсионный анализ — критерий $F$ «хи-квадрат»
Определение тесноты связи	Коэффициенты корреляции, регрессии, отношений, сопряженности, графики	Коэффициент корреляции, ассоциации, сопряженности Спирмена и др.
Оценка динамики, тенденции	Методы наименьших квадратов, скользящей средней, показатели динамического ряда, графики	Показатели динамического ряда, графики
Оценка энтропии (максимальной, текущей, относительной)	Формулы Шеннона	Формулы Шеннона
Оценка информационной емкости, количества информации и её избыточности	Формулы для вычисления информационной характеристики	Формулы для вычисления информационной характеристики
Диагностика прогнозирования	Сравнительный многофакторный анализ. Оценка энтропии и информативности системы	Последовательный анализ Вальда